

Z Katedry Statystyki Matematycznej Wydziału Rolniczego WSR w Lublinie
Kierownik: prof. dr Wiktor Oktaba

Tadeusz PRZYBYSZ

**Analiza statystyczna doświadczenia z roślinami wieloletnimi w układzie
bloków losowych**

Statistical Analysis of Experiments with Perennial Crops in the
Random Block Design

W pracy nad schematami eksperymentalnymi z roślinami wieloletnimi w układzie bloków losowych i rozszczepionych poletek podano modele matematyczne, sformułowano założenia oraz podano analizę wariancji i metody wnioskowania [5]. Zachowując stosowaną symbolikę i terminologię w niniejszej pracy na przykładzie liczbowym przedstawiono sposób zastosowania uzyskanych wyników.

Założono doświadczenie z esparcetą siewną (*Onobrychis sativa* L a m.) według schematu bloków losowych.¹ Każdy z pięciu bloków podzielono na 16 poletek, na których rozlosowano 16 kombinacji nawożenia mineralnego. Cechą badaną był plon zielonej masy. Doświadczenie prowadzono przez 3 lata, uzyskując w każdym roku dwa pokosy.

Z uwagi na dużą zmienność między latami, lata potraktowano w analizie wariancji jako poletka pierwszego rzędu (poziomy czynnika *A*), sposoby nawożenia mineralnego umieszczono na poletkach drugiego rzędu (poziomy czynnika *B*), a pokosy potraktowano jako poziomy czynnika *C*, umieszczając je na poletkach trzeciego rzędu. Zagadnienie umieszczenia badanych czynników na poletkach pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu jest sprawą dyskusyjną [5]. Replikacje (czynnik *R*) traktujemy jako losowe; poziomy czynników *A*, *B* i *C* przyjmujemy za stałe. W doświadczeniach wieloletnich lata często traktuje się jako poziomy losowego czynnika, wówczas doświadczenie powinno być prowadzone przez wiele lat. W przypadku gdy prowadzono je tylko przez trzy lata, przyjęcie założenia o losowym charakterze lat jest proble-

¹ Dane liczbowe uzyskano z Katedry Uprawy Łąk i Pastwisk WSR w Lublinie.

matyczne. Uzyskane przy takim założeniu oceny komponentów wariancyjnych, są obciążone dużym błędem, a stosowane w analizie wariancji testy istotności F mają zbyt małą moc.

Tab. 1. Wartości oczekiwane średnich kwadratów
Expected values of mean squares

Sredni kwadrat V	Wartości oczekiwane $E(V)$	Hipoteza zerowa H	Funkcja testowa F
V_r	$(1 + \varrho_3)\sigma_3^2 + 2(1 + 15\varrho_2)\sigma_2^2 + 32(1 + 2\varrho_1)\sigma_1^2 + 96\sigma_r^2$	—	—
V_a	$(1 + \varrho_3)\sigma_3^2 + 2(1 + 15\varrho_2)\sigma_2^2 + 32(1 - \varrho_1)\sigma_1^2 + 160\sigma_a^2$	$\sigma_a^2 = 0$	$V_a : V_1$
V_1	$(1 + \varrho_3)\sigma_3^2 + 2(1 + 15\varrho_2)\sigma_2^2 + 32(1 - \varrho_1)\sigma_1^2$	—	—
V_b	$(1 + \varrho_3)\sigma_3^2 + 2(1 - \varrho_2)\sigma_2^2 + 6\sigma_{rb}^2 + 30\sigma_b^2$	$\sigma_b^2 = 0$	$V_b : V_{rb}$
V_{rb}	$(1 + \varrho_3)\sigma_3^2 + 2(1 - \varrho_2)\sigma_2^2 + 6\sigma_{rb}^2$	$\sigma_{rb}^2 = 0$	$V_{rb} : V_2$
V_{ab}	$(1 + \varrho_3)\sigma_3^2 + 2(1 - \varrho_2)\sigma_2^2 + 10\sigma_{ab}^2$	$\sigma_{ab}^2 = 0$	$V_{ab} : V_2$
V_2	$(1 + \varrho_3)\sigma_3^2 + 2(1 - \varrho_2)\sigma_2^2$	—	—
V_c	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2 + 48\sigma_{rc}^2 + 240\sigma_c^2$	$\sigma_c^2 = 0$	$V_c : V_{rc}$
V_{rc}	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2 + 48\sigma_{rc}^2$	$\sigma_{rc}^2 = 0$	$V_{rc} : V_3$
V_{ac}	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2 + 16\sigma_{rac}^2 + 80\sigma_{ac}^2$	$\sigma_{ac}^2 = 0$	$V_{ac} : V_{rac}$
V_{rac}	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2 + 16\sigma_{rac}^2$	$\sigma_{rac}^2 = 0$	$V_{rac} : V_3$
V_{bc}	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2 + 3\sigma_{rbc}^2 + 15\sigma_{bc}^2$	$\sigma_{bc}^2 = 0$	$V_{bc} : V_{rbc}$
V_{rbc}	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2 + 3\sigma_{rbc}^2$	$\sigma_{rbc}^2 = 0$	$V_{rbc} : V_3$
V_{abc}	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2 + 5\sigma_{abc}^2$	$\sigma_{abc}^2 = 0$	$V_{abc} : V_3$
V_3	$(1 - \varrho_3)\sigma_3^2$	—	—

Wartości oczekiwane średnich kwadratów $E(V)$ oraz funkcje testowe F dla sprawdzenia hipotez zerowych H zestawiono w tab. 1. Wyniki analizy wariancji zamieszczono w tab. 2.

Tab. 2. Analiza wariancji
Analysis of variance

Źródła zmienności		Liczba stopni swobody	Średni kwadrat V	Wartość funkcji testowej F°	Wartość graniczna		
					$F_{0,25}$	$F_{0,05}$	$F_{0,01}$
Replikacje	R	4	34,18	—	—	—	—
Lata	A	2	2464,18	21,32	—	4,46	8,65
Błąd	E_1	8	115,60	—	—	—	—
Nawożenie	B	15	212,02	8,36	—	1,72	2,15
Interakcja	AB	30	33,20	1,31	—	1,55	—
	RB	60	24,44	0,95	1,16	—	—
Błąd	E_2	120	25,81				
Błąd	E'_2	180	25,35	—	—	—	—
Pokosy	C	1	149072,20	2474,20	—	7,71	21,20
Interakcja	RC	4	60,25	4,46	1,36	2,44	3,48
	AC	2	24144,93	1195,94	—	4,46	8,65
	RAC	8	20,19	1,49	1,30	2,01	—
	BC	15	86,45	5,17	—	1,83	2,36
	RBC	60	16,72	1,24	1,16	1,43	—
	ABC	30	28,51	2,11	—	1,49	1,75
Błąd	E_3	120	13,50	—	—	—	—

Na podstawie wstępnej analizy wariancji (przy $\alpha = 0,25$) stwierdziliśmy istotność składników interakcyjnych $(rc)_{im}$, $(rac)_{ijm}$, $(rbc)_{ikm}$. Nie stwierdzono natomiast istotności składnika $(rb)_{ik}$, w związku z czym podejmujemy decyzję o włączeniu go do błędu E_2 . W tab. 1 wykreślamy wiersz odpowiadający interakcji RB , funkcja testowa F dla sprawdzenia hipotezy zerowej $\sigma_b^2 = 0$ przyjmuje wtedy postać $F = V_b : V'_2$. W tab. 2 dodajemy sumę kwadratów odchyłeń nS_{rb}^2 do sumy kwadratów odchyłeń błędu E_2 , otrzymując nowy błąd E'_2 oparty na 180 stopniach swobody ze średnim kwadratem $V'_2 = 25,35$.

Model matematyczny (2') występujący we właściwej analizie wariancji nie zawiera zatem składnika $(rb)_{ik}$. Wartości $F_{0,25}$ odczytano z tablic [1]. Można również posługiwać się tablicami [3] podającymi wartości $F_{0,30}$ i $F_{0,10}$.

Na podstawie właściwej analizy wariancji, przeprowadzonej przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$ (lub 0,01), odrzucono hipotezy H_A , H_B , H_C , dotyczące efektów głównych, a ponadto hipotezy H_{AC} , H_{BC} , H_{ABC} oraz H_{RC} , odnoszące się do efektów interakcyjnych. Z punktu widzenia celu

doświadczenia interesują nas głównie wnioski wynikające z odrzucenia hipotez H_b , H_{BC} oraz H_{AC} . Odrzucając H_B mówimy, że stwierdzono istotne różnice pomiędzy sposobami nawożenia; istotność interakcji BC wskazuje na odmienne oddziaływanie na plon tych samych sposobów nawożenia w obrębie pierwszego i drugiego pokosu. Istotna interakcja AC informuje nas o różnym wpływie lat na wielkość plonów w pierwszym i drugim pokosie. Średnie plony wyrażone w q/ha, uzyskane przy różnych sposobach nawożenia oraz w różnych latach dla pierwszego i drugiego pokosu zamieszczono w tab. 3 i 4.

Tab. 3. Średnie plony za okres 3 lat w q/ha, uzyskane przy różnych sposobach nawożenia

Mean yields for 3 years (in q/ha) obtained with different methods of fertilizing

Nawożenie	Pokos pierwszy	Pokos drugi	Pokos pierwszy i drugi
B_1	200,28	59,20	129,74
B_2	218,68	72,52	145,60
B_3	213,32	62,40	137,86
B_4	212,80	65,60	139,20
B_5	192,28	60,52	126,40
B_6	212,28	62,28	137,48
B_7	221,53	53,08	137,34
B_8	220,80	64,80	142,80
B_9	177,32	57,88	117,60
B_{10}	191,20	48,80	120,00
B_{11}	196,80	57,88	127,34
B_{12}	227,48	74,40	150,94
B_{13}	177,60	59,48	118,54
B_{14}	182,92	54,12	118,52
B_{15}	190,82	60,80	125,81
B_{16}	189,08	55,48	122,28

Tab. 4. Średnie plony w q/ha, uzyskane w kolejnych latach w pierwszym i drugim pokosie

Mean yields (in q/ha) obtained during successive years from the first and second mowings

Lata	1959	1960	1961	Dla 3 lat łącznie
Pokos pierwszy	98,68	294,84	211,20	201,57
Pokos drugi	56,00	55,60	70,20	60,60
Pokos pierwszy i drugi	77,34	175,22	140,70	

Chcąc przeprowadzić wnioskowanie ilościowe, należy obliczyć przedziały ufności. Ograniczymy się tylko do wyznaczenia półprzedziałów Tukeya, które są dokładniejsze od odpowiednich półprzedziałów Scheffe-

go, jeśli interesują nas jedynie porównania dwóch średnich kształtu $T = \gamma_i - \gamma_j$ [por. 5, § 5].

Wyznamy najpierw 95 % półprzedział ufności Tukeya dla porównania dwóch dowolnych sposobów nawożenia.

Rozważamy więc porównania typu $\hat{T} = \bar{y}_b - \bar{y}_{b'}$.

$$\hat{\text{Var}}(\bar{y}_b - \bar{y}_{b'}) = \frac{2}{acr} V'_2 = 1,69$$

Po podstawieniu do wzoru otrzymamy wartość półprzedziału:

$$L = q_{0,05} \sqrt{\frac{1}{2} \hat{\text{Var}}(\bar{y}_b - \bar{y}_{b'})} = 4,90 \sqrt{\frac{1,69}{2}} = 4,5$$

Przeliczając w q/ha otrzymamy $L = 18,00$ q/ha.

Tablice wartości $q_{0,05}$ zamieszczone są w podręcznikach [2, 6, 7]; $q_{0,05} = 4,90$ odczytano dla $k = 16$ (liczba porównywanych średnich) i $v = 180$. Tak więc różnicę pomiędzy średnimi dwóch sposobów nawożenia uznamy za istotną, jeśli $\bar{y}_b - \bar{y}_{b'} > 18,00$ q/ha. Na tej podstawie różne sposoby nawożenia możemy połączyć w grupy jednorodne, tzn. obejmujące obiekty, pomiędzy którymi nie stwierdzono istotnych różnic.

Można wymienić trzy podstawowe grupy. Grupa pierwsza zawiera obiekty (sposoby nawożenia), przy których uzyskano średni plon $\bar{y}_b < 130$ q/ha, do grupy drugiej zaliczymy obiekty, których $\bar{y}_b > 137$ q/ha; grupa trzecia — pośrednia obejmuje obiekty, których średnie plony $\bar{y}_b$ zawarte są w przedziale od 125,00 q/ha do 143,00 q/ha. Wydzielenie grupy trzeciej nie jest jednoznaczne.

Półprzedział ufności Scheffego dla omawianego porównania przyjmie postać:

$$L = \sqrt{v_1 F_{0,05} \hat{\text{Var}}(\bar{y}_b - \bar{y}_{b'})} = \sqrt{15 \cdot 1,72 \cdot 1,69} = 6,60$$

a wyrażając w q/ha $L = 26,40$ q/ha.

Mając na uwadze istotność interakcji BC możemy być zainteresowani w wyznaczeniu półprzedziału ufności dla porównania dwóch poziomów nawożenia w obrębie tego samego pokosu.

Rozważamy zatem porównanie $\hat{T} = \bar{y}_{bc} - \bar{y}_{b'c}$.

$$\hat{\text{Var}}(\bar{y}_{bc} - \bar{y}_{b'c}) = \frac{2}{acr} [V'_2 + cV_{rbc} - V_3] = 3,016$$

[por. 5 tab. 2].

Oszacowana liczba stopni swobody według wzoru Satterthwaite'a

$$f = [V'_2 + cV_{rbc} - V_3]^2 : \left[\frac{(V'_2)^2}{f_2} + \frac{(cV_{rbc})^2}{f_{rbc}} + \frac{(V_3)^2}{f_3} \right] = 86$$

$$L = 5,00 \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 3,016} = 6,08, \quad \text{tj.} \quad L = 24,32 \text{ q/ha.}$$

Wartość $q_{0,05}$ odczytano z tablic przy $k = 16$, gdyż porównujemy 16 średnich w obrębie każdego pokosu.

Efektywność nawożenia w pierwszym pokosie jest znacznie większa niż w drugim, gdzie jedynie skrajne wartości średnich możemy uznać za różniące się istotnie $\bar{y}_{12} - \bar{y}_{10} = 74,40 - 48,80 = 25,60 > L$. W pierwszym pokosie można analogicznie jak dla efektów głównych dokonać podziału obiektów na grupy jednorodne. Pierwsza grupa o najniższych plonach, mniejszych od 201 q/ha, obejmuje dziewięć obiektów; druga grupa o plonach najwyższych, większych od 210 q/ha, zawiera siedem obiektów, grupę pośrednią można utworzyć na kilka sposobów.

Obliczamy następnie półprzedziały ufności dla porównań plonów dwóch pokosów w jednym roku oraz dla porównań średnich plonów tego samego pokosu w różnych latach. Dla przypadku pierwszego otrzy-

$$\text{mamy } \hat{T} = \bar{y}_{ac} - \bar{y}_{ac'},$$

$$\hat{\text{Var}}(\bar{y}_{ac} - \bar{y}_{ac'}) = \frac{2}{abr} [V_{rc} + aV_{rac} - V_3] = 3,082$$

oszacowana liczba stopni swobody $f = 10$

$$L = 3,15 \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 3,082} = 3,87, \quad \text{tj.} \quad L = 15,50 \text{ q/ha.}$$

Dla przypadku drugiego $\hat{T} = \bar{y}_{ac} - \bar{y}_{a'c}$,

$$\hat{\text{Var}}(\bar{y}_{ac} - \bar{y}_{a'c}) = \frac{2}{bcr} [V_1 + cV_{rac} - V_3] = 1,781,$$

oszacowana liczba stopni swobody $f = 11$

$$L = 3,82 \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 1,781} = 3,60, \quad \text{tj.} \quad L = 14,40 \text{ q/ha.}$$

Wartości $q_{0,05}$ odczytano w pierwszym przypadku dla $k = 2$ (porównujemy dwie średnie) oraz w drugim przypadku dla $k = 3$, ponieważ porównujemy średnie tego samego pokosu w obrębie 3 lat.

Zróznicowanie plonów pierwszego i drugiego pokosu w poszczególnych latach zależy przede wszystkim od ilości opadów i temperatury w danym roku. Istotność interakcji ABC wskazuje na zależność uzyskiwanych plonów w pierwszym i drugim pokosie w poszczególnych latach, również od sposobów nawożenia. Przeprowadzone wnioskowanie może stanowić podstawę do sprecyzowania praktycznych wskazówek co do sposobów nawożenia esparcety siewnej uprawianej na zieloną masę.

Wyznamy następnie oceny komponentów wariacyjnych losowych składników $(rc)_{im}$, $(rac)_{ijm}$ oraz $(rbc)_{ikm}$. Punktowe oceny komponentów wariacyjnych $\hat{\sigma}_{rc}^2$, $\hat{\sigma}_{rac}^2$ i $\hat{\sigma}_{rbc}^2$ otrzymamy rozwiązując układ równań.

$$V_3 = \overbrace{(1 - \rho_3)\sigma_3^2}$$

$$V_{rbc} = \overbrace{(1 - \rho_3)\sigma_3^2} + 3\hat{\sigma}_{rbc}^2$$

$$V_{rac} = \overbrace{(1 - \rho_3)\sigma_3^2} + 16\hat{\sigma}_{rac}^2$$

$$V_{rc} = \overbrace{(1 - \rho_3)\sigma_3^2} + 48\hat{\sigma}_{rc}^2$$

$$\hat{\sigma}_{rbc}^2 = \frac{V_{rbc} - V_3}{3} = 1,07$$

$$\hat{\sigma}_{rac}^2 = \frac{V_{rac} - V_3}{16} = 0,42$$

$$\hat{\sigma}_{rc}^2 = \frac{V_{rc} - V_3}{48} = 0,97$$

Z uwagi na przyjęte założenia o istnieniu korelacji ρ_1 , ρ_2 i ρ_3 nie możemy wyznaczyć nieobciążonych ocen $\hat{\sigma}_1^2$, $\hat{\sigma}_2^2$, $\hat{\sigma}_3^2$ ani też ocen $\hat{\rho}_1$, $\hat{\rho}_2$, $\hat{\rho}_3$ lecz tylko ich liniowe kombinacje.

$$V_2 = \overbrace{(1 + \rho_3)\sigma_3^2} + 2\overbrace{(1 - \rho_2)\sigma_2^2}$$

$$V_1 = \overbrace{(1 + \rho_3)\sigma_3^2} + 2\overbrace{(1 - \rho_2)\sigma_2^2} + 32\overbrace{(1 - \rho_1)\sigma_1^2}$$

Komponenty wariacyjne mogą być również oceniane za pomocą przedziałów ufności; literaturę źródłową na ten temat podałem w poprzedniej pracy [5]. Praktyczny sposób wyznaczania przedziałów ufności dla komponentów wariacyjnych można znaleźć w pracy Oktaby [4].

Przy wyborze odpowiedniej metody oceny komponentów wariacyjnych należy zwracać uwagę na założenia.

Dziękuję mgrowi Andrzejowi Kielochowi, starszemu asystentowi Katedry Statystyki Matematycznej WSR w Lublinie za pomoc w wykonaniu obliczeń statystycznych, a szczególnie za napisanie programu, dzięki któremu opracowanie statystyczne zostało wykonane przy pomocy maszyny cyfrowej Odra 1013.

Dziękuję również drowi Józefowi Jargielle, adiunktowi Katedry Uprawy Łąk i Pastwisk WSR w Lublinie, za udostępnienie mi wyników wieloletniego doświadczenia z esparcetą siewną.

PIŚMIENNICTWO

1. Bozivich H., Bancroft T. A., Hartley H. O.: Analysis of Variance Procedures for Pooling Mean Squares for certain Incompletely Specified Models. WADC Technical Report, vol. 1, 1956.
2. Elandt R.: Statystyka matematyczna w zastosowaniu do doświadczalnictwa rolniczego. Warszawa 1964.
3. Hald A.: Statistical Tables and Formulas. New York 1958.
4. Oktała W.: Metody statystyki matematycznej w doświadczalnictwie. Warszawa 1967.
5. Przybysz T.: Schematy doświadczeń bloków losowych i rozszczepionych poletek z roślinami wieloletnimi. Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska, sectio E, vol. XXII (1967), 8, Lublin 1968.
6. Scheffe H.: Analysis of Variance. New York 1959.
7. Steel R. G. D., Torrie J. H.: Principles and Procedures of Statistics. New York 1960.

Статистический анализ эксперимента культивирования многолетних растений методом случайных блоков

Резюме

На числовом примере представлен способ проведения дисперсионного анализа результатов эксперимента с посевным эспарцетом, культивированным в течение нескольких лет на зелёный корм с двумя сборами в год.

Проведен предварительный анализ при уровне значимости $\alpha = 0,25$ и настоящий анализ при $\alpha = 0,05$.

Для сравнения главных эффектов и их взаимодействия по формуле Тьюки (Tukey) были определены многократные доверительные границы.

Приведены оценки дисперсионных компонентов для случайных слагаемых рассмотренной модели.

Statistical Analysis of Experiments with Perennial Crops in the Random Block Design

Summary

The author shows on a numerical example the method of carrying out the analysis of variance of an experiment with a perennial plant grown as green crop and harvested twice in a year. The analysis of variance for the significance level $\alpha = 0.05$ is followed by a preliminary analysis for $\alpha = 0.25$. Multiple comparisons of the main and interaction effects have been made by Tukey's method. There are also given estimates of variance components for the random elements of the model under discussion.